Reg. No. : | | | | | | | | | | | | |

Question Paper Code : 27324 T

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER/DECEMBER 2015.

Second Semester

Civil Engineering

MA 6251 T — MATHEMATICS — II

(Common to Mechanical Engineering)

(Regulations 2013)

Time : Three hours   Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1. $3x^2y\vec{i} + (yz - 3xy^2)\vec{j} - \frac{z^2}{2}\vec{k}$ என்பது ஓர் சுருள்வு திசையன் என நிரூபி.

   Prove that $3x^2y\vec{i} + (yz - 3xy^2)\vec{j} - \frac{z^2}{2}\vec{k}$ is a solenoidal vector.

2. கீரின்ஸ் தேற்றத்தைத் தருக.

   State Green's theorem.

3. $(D^2 - 4D)y = e^x x$ –ன் குறிப்பிட்டத் தொகையீட்டைக் (P.I) காண்க.

   Find the particular integral of $(D^2 - 4D)y = e^x x$.

4. $x^2y''' - 3xy'' = \frac{\sin(\log x)}{x}$ என்பதை மாறிலி குணகங்கள் கொண்ட வகைக் கெழுச் சமன்பாடாக மாற்றுக.

   Transform $x^2y''' - 3xy'' = \frac{\sin(\log x)}{x}$ into a differential equation with constant coefficients.

5. லெப்லாஸ் உருமாற்றின் கடைமதிப்பு தேற்றத்தைத் தருக.

State final value theorem on Laplace transform.

6. $L^{-1}\left(\frac{s+2}{s^2+4s+8}\right)$ – ஐ காண்.

Find $L^{-1}\left(\frac{s+2}{s^2+4s+8}\right)$.

7. $w = \sin 2z$ என்பது வகையமைவு சார்பு என நிரூபி.

Prove that $w = \sin 2z$ is an analytic function.

8. பொதுவடிவக் கோப்பை வரையறு.

Define conformal mapping.

9. காஷி தொகையீடல் தேற்றத்தை எடுத்துக் கூறு.

State Cauchy's integral theorem.

10. $z = 0$ –ல் $ze^{-\frac{2}{z}}$ –ன், எச்சத்தைக் காண்க.

Find the residue of $ze^{-\frac{2}{z}}$ at $z = 0$.

PART B — (5 × 16 = 80 marks)

11. (a) (i) $(1,-1,2)$ எனும் புள்ளியில் $4x^2z + xy^2z$ ன் திசையுள்ள வகைக்கெழுவை $2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ திசையில் காண்க.

(ii) $\vec{f} = y^2\vec{i} + y\vec{j} - xz\vec{k}$, S – என்பது $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ – ன் மேல் பாதி எனில் ஸ்டோக் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி மதிப்பு காண்: $\iint_S curl\,\vec{f}.\vec{n}\,ds$.

(i) Find the directional derivative of $4x^2z + xy^2z$ at $(1,-1,-2)$ in the direction of $2\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$. (6)

(ii) Using Stoke's theorem evaluate $\iint_S curl\,\vec{f}.\vec{n}\,ds$ given $\vec{f} = y^2\vec{i} + y\vec{j} - xz\vec{k}$ and S is the upper half of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$. (10)

Or

(b) (i) ∇r^n –ஐ கண்டுபிடித்து $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$ என நிரூபி.

(ii) $\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ என்பது $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=1$ $z=0$ மற்றும் $z=1$ என்ற தளங்களால் அமையப் பெற்ற கணமெனில் காஸ் விரிதல் தேற்றத்தை சரிபார்.

(i) Find ∇r^n and hence prove that $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$. (6)

(ii) Verify Gauss Divergence theorem for $\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ taken over the cube bounded by the planes $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=1$ $z=0$ and $z=1$. (10)

12. (a) (i) தீர்வு காண் : $(D^3 - 2D^2 + 4D - 8)y = e^{2x} + \sin x \cos x$.

(ii) தீர்வு காண் : $\frac{dx}{dt} + y = \sin t$; $\frac{dy}{dt} + x = \cos t$, $t=0$ எனில் $x=2$, $y=0$.

(i) Solve : $(D^3 - 2D^2 + 4D - 8)y = e^{2x} + \sin x \cos x$. (8)

(ii) Solve : $\frac{dx}{dt} + y = \sin t$; $\frac{dy}{dt} + x = \cos t$ given that $x=2$, $y=0$ when $t=0$. (8)

Or

(b) (i) தீர்வு காண் : $x^2y'' - 4xy' + 6y = x^2 + \log x$.

(ii) மாறுபாட்டுக் கூறளவு முறைப்படி தீர்வு காண்; $y'' + 4y = \cot 2x$.

(i) Solve : $x^2y'' - 4xy' + 6y = x^2 + \log x$. (8)

(ii) Solve : $y'' + 4y = \cot 2x$, using the method of variation of parameters. (8)

13. (a) (i) $t^2e^{-3t}\cos t$ மற்றும் $\int_0^t \frac{\sin t}{t}\,dt$ ஆகியவற்றின் லெப்லாஸ் உருமாற்று காண்க.

(ii) சுருனல் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\int_0^t \sin u \cos(t-u)\,du$ –ன் மதிப்பை காண்க.

(i) Find Laplace transform of $t^2 e^{-3t} \cos t$ and $\int_0^t \frac{\sin t}{t} dt$. (8)

(ii) Using convolution theorem evaluate $\int_0^t \sin u \cos(t-u) du$. (8)

Or

(b) (i) லெப்லாஸ் உருமாற்றம் காண்.

$f(t) = \begin{cases} \frac{4E}{T}t - E; & 0 \le t \le \frac{T}{2} \\ 3E - \frac{4E}{T}t, & \frac{T}{2} \le t \le T \end{cases}$ மற்றும் $f(t+T) = f(t)$, E என்பது ஒரு மாறிலி.

(ii) லெப்லாஸ் உருமாற்றம் பயன்படுத்தித் தீர்வு காண்.

$x'' - 2x' + x = e^t$, $x(0) = 2$, $x'(0) = -1$.

(i) Find the Laplace transform of

$f(t) = \begin{cases} \frac{4E}{T}t - E; & 0 \le t \le \frac{T}{2} \\ 3E - \frac{4E}{T}t, & \frac{T}{2} \le t \le T \end{cases}$ and $f(t+T) = f(t)$ and E is a constant.

(8)

(ii) Solve using Laplace transform, $x'' - 2x' + x = e^t$ when $x(0) = 2$, $x'(0) = -1$. (8)

14. (a) (i) $f(z)$ என்பது வகையமைவு சார்பு எனில் $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)|f(z)|^p = p^2 |f'(z)|^2 |f(z)|^{p-2}$ என நிரூபி.

(ii) $w = \frac{1}{z}$ எனும் உருமாற்றம், வட்டம் மற்றும் நேர்கோடு என w–தளத்தில் உள்ளதை
z–தளத்தில் வட்டம் அல்லது நேர்கோடாக மாற்றும் என நிரூபி. மேலும், z–தளத்தில் எந்த வட்டம் நேர்கோடாகவும், எந்த நேர்கோடு வட்டமாகவும் மாறியுள்ளது எனக் கூறுக.

(i) If $f(z)$ is an analytic function, prove that $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)|f(z)|^p = p^2$ $|f'(z)|^2 |f(z)|^{p-2}$. (8)

(ii) Show that the transformation $w=\frac{1}{z}$ transforms all circles and straight lines in the w-plane into circles or straight lines in the z-plane. Which circles in the z-plane become straight lines in the w-plane and which straight lines transform into other straight lines? (8)

Or

(b) (i) $u-v=\frac{\cos x+\sin x-e^{-y}}{2(\cos x-\cosh y)}$ எனில் $f(z)=u+iv$ எனும் வகையமமைவு சார்பை காண்க.

(ii) $-i,0,1$ எனும் w–தளத்தில் உள்ள புள்ளிகளை $-1,i,1$ என z–தளத்தில் மாற்றி அமைக்கும் இருவழி நேரியல் உருமாற்றைக் கண்டுபிடி. மேலும் y–அச்சின் பிம்பத்தைக் காண்.

(i) Determine the analytic function $f(z)=u+iv$, given $u-v=\frac{\cos x+\sin x-e^{-y}}{2(\cos x-\cosh y)}$ and $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. (8)

(ii) Find the bilinear transformation which maps the points $-i,0,i$ into the points $-1,i,1$ respectively. Into what curve the y-axis is transformed to this transformation? (8)

15. (a) (i) $-2<a<2$, C என்பது $x=\pm 2$ எனும் $y=\pm 2$ சதுரம் எனில் $\int_C \frac{\tan\frac{z}{2}}{(z-a)^2}dz$, – ன் மதிப்பு காண்.

(ii) மதிப்பிடுக : $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x\, dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$, $a>b>0$.

(i) Evaluate $\int_C \frac{\tan \frac{z}{2}}{(z-a)^2} dz$, where $-2 < a < 2$ and C is the boundary of the square whose sides lie along $x = \pm 2$ and $y = \pm 2$. (8)

(ii) Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x\, dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$ using contour integration given $a > b > 0$. (8)

Or

(b) (i) $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}$–வை $1 < |z| < 2$ மற்றும் $|z-1| < 1$ களில் லாரன்ஸ் தொடராக தருக.

(ii) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 3\theta\, d\theta}{5 - 4\cos\theta}$–ன் மதிப்பைக் காண்.

(i) Expand Laurent's series $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}$ valid in $1 < |z| < 2$ and $|z-1| < 1$. (8)

(ii) Evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 3\theta\, d\theta}{5 - 4\cos\theta}$. (8)

Reg. No. :

Question Paper Code : 72065 T

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, APRIL/MAY 2017.

Second Semester

Civil Engineering

MA 6251 T — MATHEMATICS – II

(Common to Mechanical Engineering)

(Regulations 2013)

Time : 3 hours Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1. $x^3 + y^2 = z$ என்ற தளத்திற்கு $(1,1,2)$ என்ற புள்ளியில் ஓரலகு செங்குத்து வெக்டர் காண்க.

   Find the unit normal vector to the surface $x^3 + y^2 = z$ at $(1,1,2)$.

2. சம தளத்திற்கான கிரின்ஸின் தேற்றம் பயன்படுத்தி, $x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தின் பரப்பைக் கண்டுபிடி.

   Using Green's theorem in the plane, find the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

3. $(D^2 + 4D + 4)\, y = e^{-2x}$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தொகையீட்டை காண்க.

   Find the particular integral of the equation $(D^2 + 4D + 4)\, y = e^{-2x}$.

4. தீர்வு காண்க : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} = 0$.

   Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} = 0$.

5. லாப்லாஸ் உருமாற்றம் இருப்பதற்கு போதுமான நிபந்தனைகளைக் கூறுக.

   State sufficient condition for the existence of Laplace transform.

6. $\dfrac{s^2 - 3s + 2}{s^3}$ -ன் எதிர் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் காண்க.

Find the inverse Laplace transform of $\dfrac{s^2 - 3s + 2}{s^3}$.

7. ஒரு பகுப்பாய்வு சார்பு $f(z)$ -ன் மெய் பகுதி மாறிலி எனில், $f(z)$ -ம் ஓர் மாறிலிச் சார்பு என நிரூபி.

The real part of an analytic function $f(z)$ is constant, prove that $f(z)$ is a constant function.

8. $w = z^2 + \dfrac{1}{z^2}$ என்ற உருமாற்றத்தின் மாறு நிலைப் புள்ளிகளைக் காண்க.

Find the critical points of the transformation $w = z^2 + \dfrac{1}{z^2}$.

9. மதிப்பிடுக : $\displaystyle\int_C \frac{e^z dz}{(z-2)}$. இங்கு C என்பது ஆதியை மையமாகக் கொண்ட ஓரலகு ஆர வட்டமாகும்.

Evaluate $\displaystyle\int_C \frac{e^z dz}{(z-2)}$, where C is the unit circle with centre as origin.

10. $f(z) = \dfrac{z+1}{(z-1)(z+2)}$ என்ற சார்பிற்கு $z = 1$ என்ற புள்ளியில் எச்சத்தை தீர்மானிக்கவும்.

Determine the residue of $f(z) = \dfrac{z+1}{(z-1)(z+2)}$ at $z = 1$.

PART B — ($5 \times 16 = 80$ marks)

11. (a) (i) தளங்கள் $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ மற்றும் $z = x^2 + y^2 - 3$, $(2, -1, 2)$ என்ற புள்ளியில் அமைக்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தினைக் காண்க.

(ii) $\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\,\vec{j}$ என்ற திசையன் களத்திற்கு ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை $x = 0,\ x = a,\ y = 0$ மற்றும் $y = b$ என்ற கோடுகளால் xy-தளத்தில் உருவாகும் செவ்வகத்தின் மேல் சரிபார்க்கவும்.

(i) Find the angle between the surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ and $z = x^2 + y^2 - 3$ at the point $(2, -1, 2)$. (8)

(ii) Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$, where S is the rectangle in the xy-plane formed by the lines $x = 0,\ x = a,\ y = 0$ and $y = b$. (8)

Or

(b) (i) $\vec{F} = (x + 2y + az)\vec{i} + (bx - 3y - z)\vec{j} + (4x + cy + 2z)\vec{k}$ என்ற திசையீ ஓர் சுழலிலா திசையியாக இருக்கும் வண்ணம் a, b, c மாறிலிகளைக் காண்க. அத்தகைய மாறிலிகளின் மதிப்பிற்கேற்ப, அதன் நிலைப் பண்பைக் காண்க.

(ii) $\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ என்ற திசைக் களத்திற்கு $x = 0,\ x = a,\ y = 0,\ y = a,\ z = 0,\ z = a$ ஆகிய தளங்களினால் அமையும் கன சதுரத்தின் பாய்வுத் தேற்றத்தைச் சரி பார்க்கவும்.

(i) Find the constants a, b, c so that $\vec{F} = (x + 2y + az)\vec{i} + (bx - 3y - z)\vec{j} + (4x + cy + 2z)\vec{k}$ is irrotational. For those values of a, b, c find its scalar potential. (6)

(ii) Verify Divergence theorem for $\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ taken over the cube bounded by the planes $x = 0,\ x = a,\ y = 0,\ y = a,\ z = 0,\ z = a$. (10)

12. (a) (i) தீர்க்க : $(D^2 + 5D + 4)\,y = e^{-x}\sin 2x + 2e^{-x}$.

(ii) $(D^2 + 4)\,y = \sec^2 2x$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டிற்கு சாரா மாறிகளின் மாறல் செயல்முறையில் தீர்வு காண்க.

(i) Solve : $(D^2 + 5D + 4)\,y = e^{-x}\sin 2x + 2e^{-x}$. (8)

(ii) Solve the differential equation $(D^2 + 4)\,y = \sec^2 2x$ by the method of variation of parameters. (8)

Or

(b) (i) தீர்க்க : $(1 + x)^2 \dfrac{d^2y}{dx^2} + (1 + x)\dfrac{dy}{dx} + y = 2\sin[\log(1 + x)]$.

(ii) தீர்க்க : $(D + 2)\,x + 3y = 2e^{2t};\ 3x + (D + 2)\,y = 0$.

(i) Solve : $(1 + x)^2 \dfrac{d^2y}{dx^2} + (1 + x)\dfrac{dy}{dx} + y = 2\sin[\log(1 + x)]$. (8)

(ii) Solve : $(D + 2)\,x + 3y = 2e^{2t};\ 3x + (D + 2)\,y = 0$. (8)

13. (a) (i) மதிப்பிடுக : $\int_0^{\infty} e^{-t}\left(\frac{\cos 2t - \cos 3t}{t}\right) dt$.

(ii) சுருளல் தேற்றம் உபயோகித்து $L^{-1}\left\{\frac{s^2}{(s^2+4)\,(s^2+9)}\right\}$ காண்க.

(i) Evaluate : $\int_0^{\infty} e^{-t}\left(\frac{\cos 2t - \cos 3t}{t}\right) dt$. (8)

(ii) Apply convolution theorem to evaluate $L^{-1}\left\{\frac{s^2}{(s^2+4)\,(s^2+9)}\right\}$. (8)

Or

(b) (i) (1) $f(t) = t\,e^{-2t}\cos 3t$ -ன் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் காண்க.

(2) காண்க : $L^{-1}\left\{\log\left(\frac{s^2+4}{(s-2)^2}\right)\right\}$.

(ii) லாப்லாஸ் உருமாற்றம் உபயோகித்து தீர்வு காண்க : $\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = e^{-t}$, $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$.

(i) (1) Find the Laplace transform of $f(t) = t\,e^{-2t}\cos 3t$. (5)

(2) Find $L^{-1}\left\{\log\left(\frac{s^2+4}{(s-2)^2}\right)\right\}$. (5)

(ii) Using Laplace transform, solve the differential equation $\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = e^{-t}$, $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$. (6)

14. (a) (i) $f(z)$ ஒரு பகுப்பாய்வு சார்பு எனில், $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\log|f(z)| = 0$ என நிரூபி.

(ii) $w = \frac{1}{z}$ என்ற உருமாற்றமானது பொதுவாக வட்டங்கள் மற்றும் நேர்கோடுகளை வட்டங்களாகவும் மற்றும் நேர்கோடுகளாகவும் உருமாற்றம் செய்கிறது என்று காண்பிக்கவும்.

(i) If $f(z)$ is a regular function of z, prove that $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\log|f(z)|=0$. (8)

(ii) Show that the transformation $w=\frac{1}{z}$ transforms in general, circles and straight lines into circles and straight lines. (8)

Or

(b) (i) $2u+3v=e^x(\cos x-\sin y)$ என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிலையில் $f(z)=u+iv$ என்ற பகுப்பாய்வு சார்பினைக் காண்க.

(ii) z -தளத்திலுள்ள -1, 0, 1 என்ற புள்ளிகளை w-தளத்திலுள்ள $-1, -i, 1$ என்ற புள்ளிகளுக்கு முறையே மாற்றம் செய்யும் இரு நேர்கோட்டு உருமாற்றத்தைக் காண்க.

(i) Find the analytic function $f(z)=u+iv$, given that $2u+3v=e^x(\cos x-\sin y)$. (8)

(ii) Find the bilinear transformation which maps the point -1, 0, 1 of the z-plane into the points $-1, -i, 1$ of the w-plane respectively. (8)

15. (a) (i) கோஷியின் தொகையிடல் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி $\int_C \frac{(z+1)\,dz}{(z-1)(z-2)^2}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க. இங்கு C என்பது $|z-2|=\frac{1}{2}$ என்ற வட்டமாகும்.

(ii) $f(z)=\frac{1}{z^2+4z+3}$ என்ற சார்பிற்கு $0<|z+1|<2$ மற்றும் $|z|<1$ மண்டலங்களில் பெறும் லாராண்ட் தொடர் வரிசை விரிவாக்கங்களைக் காண்க.

(i) Evaluate $\int_C \frac{(z+1)\,dz}{(z-1)(z-2)^2}$, where C is the circle $|z-2|=\frac{1}{2}$ using Cauchy's integral formula. (8)

(ii) Find the Laurent series expansion of $f(z)=\frac{1}{z^2+4z+3}$ valid in the regions $|z|<1$ and $0<|z+1|<2$. (8)

Or

(b) (i) ஓரலகு ஆர வட்ட வரை உரு தொகையிடல் உபயோகித்து $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1-2x\cos\theta + x^2}$ $(0 < x < 1)$ -ஐ மதிப்பிடுக.

(ii) வரை உரு தொகையிடலை பயன்படுத்தி $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+4)(x^2+9)}$ -ஐ மதிப்பிடுக.

(i) Evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1-2x\cos\theta + x^2}$ $(0 < x < 1)$ using contour integration. (8)

(ii) Evaluate $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+4)(x^2+9)}$ using contour integration. (8)

Reg. No. :

Question Paper Code : 77188 T

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, APRIL/MAY 2015.

Second Semester

Civil Engineering

MA 6251 T – MATHEMATICS – II

(Common to Mechanical Engineering)

(Regulation 2013)

Time : Three hours Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1. $\phi = x^2y^2z^4$ என்ற திசையிலி சார்பின் திசைப்பெறுதியானது (3, 1, –2) எனும் புள்ளியிலிருந்து எத்திசையில் அதிகமாக இருக்கும்? மேலும் இந்த அதிகத்தின் வீச்சளவையும் காண்க.

   In what direction from (3, 1, –2) is the directional derivative of $\phi = x^2y^2z^4$ maximum? Find also the magnitude of this maximum.

2. $\vec{F} = (3x-2y+z)\vec{i} + (4x+\alpha y-z)\vec{j} + (x-y+2z)\vec{k}$ ஒரு வரிச்சுருட்காவி எனில் α யின் மதிப்பை காண்க.

   Find α such that $\vec{F} = (3x-2y+z)\vec{i} + (4x+\alpha y-z)\vec{j} + (x-y+2z)\vec{k}$ is solenoidal.

3. தீர்க்க : $(D^3 + D^2 + 4D + 4)y = 0$.

   Solve : $(D^3 + D^2 + 4D + 4)y = 0$.

4. $(2x+3)^2 y'' - 2(2x+3)y' + 2y = 6x$ என்ற வகையீடு சமன்பாட்டை ஒரு படி மாறிலி குணகங்கள் கொண்ட வகையீட்டு சமன்பாடு உருமாற்றுக.

   Transform the equation $(2x+3)^2 y'' - 2(2x+3)y' + 2y = 6x$ in to a linear differential equation with constant coefficients.

5. லாப்பிலாஸ் உருமாற்றம் உளதாம் தன்மைக்கான போதுமான நிபந்தனையை கூறுக.

   State the sufficiency condition for the existence of Laplace transform.

6. $\int_0^\infty te^{-2t} \sin t \; dt$ யை லாப்பிலாஸ் உருமாற்றம் மூலமாக மதிப்பிடுக.

   Evaluate $\int_0^\infty te^{-2t} \sin t \; dt$ using Laplace transform.

7. $|z|^2$ எந்த ஒரு புள்ளியிலும் பிரினிலை சார்பு இல்லை என காட்டுக.

   Show that $|z|^2$ is not analytic at any point.

8. $w=\dfrac{z-1}{z+1}$ என்ற உருமாற்றுவின் மாறானிலை புள்ளிகளை காண்க.

Find the invariant points of the transformation $w=\dfrac{z-1}{z+1}$.

9. கௌச்ஹ்ய் யின் தொகையீடு தேற்றத்தை கூறுக.

State Cauchy's integral theorem.

10. $\sin\left(\dfrac{1}{1-z}\right)$ என்ற சார்பினொருமையின் வகையை கண்டுபிடி.

Identify the type of singularity of the function $\sin\left(\dfrac{1}{1-z}\right)$.

PART B — (5 × 16 = 80 marks)

11. (a) (i) $\nabla^2(r^n)=n(n+1)r^{n-2}$ என காட்டுக, இங்கு $r^2=x^2+y^2+z^2$. ஆகையால் $\nabla^2\left(\dfrac{1}{r}\right)$ ன் மதிப்பையும் காண்க.

(ii) கிரீன் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\int_C (y-\sin x)dx+\cos x dy$ என்ற தொகையீடுவின் மதிப்பை காண்க. இங்கு C என்பது $y=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$, $y=\dfrac{2x}{\pi}$ ஆகிய வரிகளால் உருவாக்கப்பட்ட முக்கோணம் ஆகும்.

(i) Show that $\nabla^2(r^n)=n(n+1)r^{n-2}$ where $r^2=x^2+y^2+z^2$. Hence find the value of $\nabla^2\left(\dfrac{1}{r}\right)$. (8)

(ii) Using Green's theorem, evaluate $\int_C (y-\sin x)dx+\cos x dy$ where C is the triangle formed by $y=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$, $y=\dfrac{2x}{\pi}$. (8)

Or

(b) $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=1$, $z=0$, $z=1$ என்ற தளங்களை வரம்புகளாகக் கொண்ட கணத்தில் $\vec{F}=(4xz)\vec{i}-(y^2)\vec{j}+(yz)\vec{k}$ என்ற சார்புக்கு கௌஸ் விரிவு தேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்.

Verify Gauss divergence theorem for $\vec{F}=(4xz)\vec{i}-(y^2)\vec{j}+(yz)\vec{k}$ taken over the cube bounded by the planes $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=1$, $z=0$, $z=1$. (16)

12. (a) (i) தீர்க்க : $(D^2-3D+2)y=xe^{3x}+\sin 2x$.

(ii) கீழ்கண்ட ஒருங்கமை வகையீடு சமன்பாடுகளை தீர்க்க

$\dfrac{dx}{dt}+\dfrac{dy}{dt}+3x=\sin t$, $\dfrac{dx}{dt}+y-x=\cos t$.

(i) Solve : $(D^2-3D+2)y=xe^{3x}+\sin 2x$. (8)

(ii) Solve the simultaneous differential equations :

$\dfrac{dx}{dt}+\dfrac{dy}{dt}+3x=\sin t$, $\dfrac{dx}{dt}+y-x=\cos t$. (8)

Or

(b) (i) தீர்க்க : $(x^2D^2 - xD + 1)y = \log x + \pi$.

(ii) $y'' - 2y' + y = e^x \log x$ என்ற வகையீடு சமன்பாட்டை மாறிலி கூறுகள் முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க.

(i) Solve : $(x^2D^2 - xD + 1)y = \log x + \pi$. (8)

(ii) Solve, by the method of variation of parameters, $y'' - 2y' + y = e^x \log x$. (8)

13. (a) (i) $f(t) = \begin{cases} t & \text{in } 0 < t \le c \\ 2c - t & \text{in } c < t < 2c \end{cases}$ மற்றும் $f(t + 2c) = f(t) \forall t$ என்ற முக்கோண காலமுறை அலைக்கோவையின் லாப்பிலாஸ் உருமாற்றம் காண்க.

(ii) $L^{-1}\left\{\dfrac{s}{(s^2 + 1)(s^2 + 4)}\right\}$ காண்க.

(i) Find the Laplace transform of the triangular wave function $f(t)$ defined by

$f(t) = \begin{cases} t & \text{in } 0 < t \le c \\ 2c - t & \text{in } c < t < 2c \end{cases}$ and $f(t + 2c) = f(t)$ for all t. (8)

(ii) Find $L^{-1}\left\{\dfrac{s}{(s^2 + 1)(s^2 + 4)}\right\}$. (8)

Or

(b) (i) $y'' - 3y' + 2y = 4t + e^{3t}$ என்ற வகையீடு சமன்பாடு லாப்பிலாஸ் உருமாற்றம் பயன்படுத்தி தீர்க்க. இங்கு $y(0) = 1$ மற்றும் $y'(0) = -1$.

(ii) $L\left\{\dfrac{\cos at - \cos bt}{t}\right\}$ காண்க.

(i) Solve the differential equation $y'' - 3y' + 2y = 4t + e^{3t}$, where $y(0) = 1$ and $y'(0) = -1$ using Laplace transforms. (10)

(ii) Find $L\left\{\dfrac{\cos at - \cos bt}{t}\right\}$. (6)

14. (a) (i) $u = e^{2x}(x \cos 2y - y \sin 2y)$ எனில் பிரினிலை சார்பு $w = u + iv$ யை காண்க.

(ii) ஒரு சீரிசை சார்பு $\dfrac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$ என்ற வகையீடு சமன்பாட்டை பூர்த்தி செய்கிறது என காட்டுக. மேலும் $f(z)$ ஒரு பிரினிலை சார்பு எனில் $\log|f'(z)|$ ஓர் சீரிசை சார்பு என நிரூபிக்கவும்.

(i) Determine the analytic function $w = u + iv$ if $u = e^{2x}(x\cos 2y - y\sin 2y)$. (8)

(ii) Show that a harmonic function 'u' satisfies the formal differential equation $\dfrac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$ and hence prove that $\log|f'(z)|$ is harmonic, where $f(z)$ is a regular function. (8)

Or

(b) (i) $w = \dfrac{1}{z}$ என்ற உருமாற்றத்தை அடிப்படையாக கொண்டு $\dfrac{1}{4} \le y \le \dfrac{1}{2}$ என்ற முடிவிலா துண்டின் பிம்பத்தை காண்க.

(ii) $z = 0, -1, i$ என்ற புள்ளி $w = i, 0, \infty$ என்ற புள்ளிகளுக்கு மாற்றினால் ஏற்படும் இருநேர்கோட்டிற்குரிய மாற்றியத்தை காண்க.

(i) Find the image in the w-plane of the infinite strip $\dfrac{1}{4} \le y \le \dfrac{1}{2}$ under the transformation $w = \dfrac{1}{z}$. (8)

(ii) Find the bilinear transformation that maps the points $z = 0, -1, i$ into the points $w = i, 0, \infty$ respectively. (8)

15. (a) (i) மதிப்பிடுக $\displaystyle\int_C \frac{z^2}{(z-1)^2(z+2)}dz$ இங்கு C என்பது $|z| = 3$.

(ii) $f(z) = \dfrac{z^2 - 1}{(z+2)(z+3)}$ சார்பின் $|z| < 2$ மற்றும் $2 < |z| < 3$ என்ற ஏற்புடைய எல்லைக்குட்பட்ட லாரன்ட்ஸ் தொடர் விரிவை காண்க.

(i) Evaluate $\displaystyle\int_C \frac{z^2}{(z-1)^2(z+2)}dz$ where C is $|z| = 3$. (8)

(ii) Find the Laurent's series expansion of $f(z) = \dfrac{z^2 - 1}{(z+2)(z+3)}$ valid in the region $|z| < 2$ and $2 < |z| < 3$. (8)

Or

(b) வளைகோடு தொகையீட்டை பயன்படுத்தி $\displaystyle\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}, (a > 0)$ வின் மதிப்பை காண்க.

Evaluate $\displaystyle\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}, (a > 0)$ using contour integration. (16)

Reg. No. : | | | | | | | | | | | | |

Question Paper Code : 80606 T

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER/DECEMBER 2016.

Second Semester

Civil Engineering

MA 6251 T — MATHEMATICS – II

(Common to all Mechanical Engineering)

(Regulation 2013)

Time : Three hours　　　　　　　　　　　　　　　　Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1. $xy = z^2$ க்கு $(1, 1, -1)$ என்ற புள்ளியில் ஓரலகு செங்கோட்டை காண்க.

   Find the unit normal to $xy = z^2$ at $(1, 1, -1)$.

2. கிரீன் தேற்றத்தை உபயோகித்து $\int_C (x\,dy - y\,dx)$-ஐ மதிப்பிடுக. இங்கு C என்பது xy-தளத்தில் $x^2 + y^2 = 1$ என்ற வட்டமாகும்.

   Using Green's theorem, evaluate $\int_C (x\,dy - y\,dx)$, where C is the circle $x^2 + y^2 = 1$ in the xy-plane.

3. $(D^2 + 2D + 1)\,y = e^{-x}x^2$ ன் சிறப்புத் தொகை காண்க.

   Find the particular integral of $(D^2 + 2D + 1)\,y = e^{-x}x^2$.

4. $x^2 \dfrac{d^2y}{dx^2} - 2x\dfrac{dy}{dx} + 2y = \log x$ என்ற சமன்பாட்டை மாறிலிக் கெழுக்கள் உடைய தொகையீட்டுச் சமன்பாடாக மாற்றியமைக்க.

Convert the equation $x^2 \dfrac{d^2y}{dx^2} - 2x\dfrac{dy}{dx} + 2y = \log x$ into a differential equation with constant coefficients.

5. லாப்லாஸ் உருமாற்றத்திற்கான போதுமான நிபந்தனைகளை கூறுக.
State the sufficient conditions for the existence of Laplace transform.

6. $\dfrac{s}{(s+2)^2}$ ன் எதிர் லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தினைக் காண்க.

Find the inverse Laplace transform of $\dfrac{s}{(s+2)^2}$.

7. $u = 2x^2 - my^2 + 3x$ என்பது ஒரு இசைச்சார்பு எனில், m-ன் மதிப்பை காண்க.

Find the value of m if $u = 2x^2 - my^2 + 3x$ is harmonic.

8. $|z| = 3$ என்ற வட்டத்தின் பிம்பத்தை $w = 2z$ என்ற உருமாற்றத்தின் கீழ் காண்க.

Find the image of the circle $|z| = 3$ under the transformation $w = 2z$.

9. கோஷியன் தொகையிடல் தேற்றத்தினைக் கூறுக.
State Cauchy's integral theorem.

10. $f(z) = \tan z$ இன் எச்சத்தை $z = \dfrac{\pi}{2}$ இடத்துக் காண்க.

Find the residue of $f(z) = \tan z$ at $z = \dfrac{\pi}{2}$.

PART B — (5 × 16 = 80 marks)

11. (a) (i) (2, −1, 2) என்ற புள்ளியில் $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z = x^2 + y^2 - 3$ ஆகிய இரு தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தை காண்க.

Find the angle between the surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ and $z = x^2 + y^2 - 3$ at the point $(2, -1, 2)$ (8)

(ii) $\vec{F} = (y^2 \cos x + z^3)\,\hat{i} + (2y \sin x - 4)\,\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ என்பது ஒரு சுழிலிலா திசையி என நிரூபி. மேலும் அதன் திசையிலி நிலைப் பண்பைக் காண்க.

Prove that $\vec{F} = (y^2 \cos x + z^3)\,\hat{i} + (2y \sin x - 4)\,\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ is irrotational and find its scalar potential. (8)

Or

(b) (i) (1, –2, 1) என்ற புள்ளியில் $2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}$ திசையில் $\varphi = 4xz^2 + x^2yz$ -ன் திசைவழித் தோன்றலைக் காண்க.

Find the directional derivative of $\varphi = 4xz^2 + x^2yz$ at (1, –2, 1) in the direction of $2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}$. (4)

(ii) $\vec{F} = (x^2 - yz)\,\hat{i} + (y^2 - zx)\,\hat{j} + (z^2 - xy)\,\hat{k}$ என்ற திசையிக்கு S என்பது $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$ மற்றும் $z = 1$ என்ற தளங்களால் தீர்மானிக்கப்பட்ட கன சதுரத்தின் வளைபரப்பாக இருக்கும் பட்சத்தில் காவுஸின் பாய்வுத் தேற்றத்தை சரி பார்க்கவும்.

Verify Gauss divergence theorem for

$\vec{F} = (x^2 - yz)\,\hat{i} + (y^2 - zx)\,\hat{j} + (z^2 - xy)\,\hat{k}$, where S is the surface of the cube formed by the planes $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$ and $z = 1$. (12)

12. (a) (i) தீர்வு காண்க : $(D^2 + 2D + 2)\,y = e^{-2x} + \cos 2x$

Solve : $(D^2 + 2D + 2)\,y = e^{-2x} + \cos 2x$. (8)

(ii) சாரா மாறிகளுக்குறிய மாறல் செயல்முறை மூலம் $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sec x$ -ன் தீர்வைக் காண்க.

Using method of variation of parameters, solve $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sec x$. (8)

Or

(b) (i) தீர்வு காண்க : $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = \log x$.

Solve : $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = \log x$. (8)

(ii) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளின் தீர்வைக் கண்டுபிடி.

$\frac{dx}{dt} + 2x + 3y = 0;\ 3x + \frac{dy}{dt} + 2y = 2e^{2t}$.

Solve the following equations : $\frac{dx}{dt} + 2x + 3y = 0;\ 3x + \frac{dy}{dt} + 2y = 2e^{2t}$.

(8)

13. (a) (i) கீழ்காணும் சார்புகளுக்கு லாப்லாஸ் உருமாற்றம் காண்க.

(1) $\dfrac{e^{-t}\sin t}{t}$

(2) $t^2 \cos t$.

Find the Laplace transform of the following functions :

(1) $\dfrac{e^{-t}\sin t}{t}$

(2) $t^2 \cos t$. (8)

(ii) லாப்லாஸ் உருமாற்றம் மூலம் தீர்வு காண்க : $(D^2+3D+2)\,y = e^{-3t}$, இதில் $y(0)=1$ மற்றும் $y'(0)=-1$ ஆகியவை கொடுக்கப்பட்ட நிபந்தனைகள்.

Using Laplace transform, solve $(D^2+3D+2)\,y = e^{-3t}$ given $y(0)=1$ and $y'(0)=-1$. (8)

Or

(b) (i) சுருளல் தேற்றத்தினை பயன்படுத்தி, $L^{-1}\left\{\dfrac{s}{(s^2+4)(s^2+9)}\right\}$ காண்க.

Using convolution theorem, find $L^{-1}\left\{\dfrac{s}{(s^2+4)(s^2+9)}\right\}$. (8)

(ii) சதுர அலைசார்பு $f(t)=\begin{cases} k, & 0<t<\dfrac{a}{2} \quad f(t+a)=f(t) \\ -k, & \dfrac{a}{2}<t<a, \end{cases}$ என வரையறை செய்யப்படுகிறது. அதன் லாப்லாஸ் உருமாற்றம காண்க.

Find the Laplace transform of the square wave function defined by

$$f(t)=\begin{cases} k, & 0<t<\dfrac{a}{2}, \quad f(t+a)=f(t) \\ -k, & \dfrac{a}{2}<t<a, \end{cases}$$ (8)

14. (a) (i) $f(z)=u(x,\,y)+iv(x,\,y)$ என்பது பகுப்பாய்வு சார்பு எனில், $u(x,\,y)=c_1$ மாற்றும் $v(x,\,y)=c_2$ வளைவரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் எனக் காட்டுக.

If $f(z)=u(x,\,y)+iv(x,\,y)$ is an analytic function, show that the curves $u(x,\,y)=c_1$ and $v(x,\,y)=c_2$ cut orthogonally. (8)

(ii) $u = e^x(x\cos y - y\sin y)$ என்பதை மெய்ப்பகுதியாக உடைய $f(z) = u + iv$ என்று பகுப்பாய்வு சார்பினைக் காண்க. மேலும் u-ன் இணை இசைச் சார்பைக் கண்டுபிடி.

Find the analytic function $f(z) = u + iv$ whose real part is $u = e^x(x\cos y - y\sin y)$. Find also the conjugate harmonic of u. (8)

Or

(b) (i) $w = \frac{1}{z}$ என்ற உருமாற்றமானது பொதுவாக வட்டங்கள் மற்றும் நேர்காடுகளை, வட்டங்களாக அல்லது நேர்கோடுகளாக உருமாற்றம் செய்கிறது என்று காண்பிக்கவும்.

Show that the transformation $w = \frac{1}{z}$ transforms in general, circles and straight lines into circles or straight lines. (8)

(ii) $z = 0, 1, -1$ என்ற புள்ளிகளை $w = -1, 0, \infty$ என்ற புள்ளிகளுக்கு உருமாற்றம செய்யும் இரு நேர்கோட்டு உருமாற்றம் காண்க. மேலும் அதன் மாறாப் புள்ளிகளைக் காண்க.

Find the bilinear transformation which maps the points $z = 0, 1, -1$ onto the points $w = -1, 0, \infty$. Find also the invariant points of the transformation. (8)

15. (a) (i) கோஷியன் தொகையிடல் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி $\int_C \frac{z\ dz}{(z-1)^2(z+2)}$-ன் மதிப்பைக் காண்க. இங்கு C என்பது $|z-1| = 1$ என்ற வட்டமாகும்.

Using Cauchy's integral formula, evaluate $\int_C \frac{z\ dz}{(z-1)^2(z+2)}$, where C is the circle $|z-1| = 1$. (8)

(ii) வரை உரு தொகையிடலை பயன்படுத்தி $\int_0^\infty \frac{\cos mx\ dx}{x^2 + a^2}$-ஐ மதிப்பிடுக.

Using Contour integration evaluate $\int_0^\infty \frac{\cos mx\ dx}{x^2 + a^2}$. (8)

Or

(b) (i) $f(z) = \dfrac{1}{z^2 + 5z + 6}$ என்ற சார்புக்கு $1 < |z+1| < 2$ என்ற மண்டலத்தில் பெறும் லாராண்ட் தொடர் வரிசை விரிவாக்கத்தைக் காண்க.

Find the Laurent's series expansion of $f(z) = \dfrac{1}{z^2 + 5z + 6}$ valid in the region $1 < |z+1| < 2$. (8)

(ii) கோஷியன் எச்சத் தேற்றம் உபயோகித்து $\int_C \dfrac{z\, dz}{(z^2+1)^2}$ -ஐ மதிப்பிடுக. இங்கு C என்பது $|z-i| = 1$ என்ற வட்டமாகும்.

Evaluate $\int_C \dfrac{z\, dz}{(z^2+1)^2}$ where C is the circle $|z-i| = 1$, using Cauchy's residue theorem. (8)

———————

Reg. No. :

Question Paper Code : 97237 T

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2015/JANUARY 2016.

Second Semester

Civil Engineering

MA 6251 T — MATHEMATICS – II

(Common to Mechanical Engineering)

(Regulation 2013)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1. நிரூபி : கிரேடியன்ட் $(1/r) = \frac{-\vec{r}}{r^3}$.

   Prove that $Grad(1/r) = \frac{-\vec{r}}{r^3}$.

2. மதிப்பு காண் $\int_C (yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}) \cdot d\vec{r}$, C என்பது S என்ற திறந்த வெளியின் எல்லை.

   Evaluate $\int_C (yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}) \cdot d\vec{r}$ where C is the boundary of a surface S.

3. தீர்வு காண் : $(D^3 - 3D^2 + 3D - 1)\,y = 0$.

   Solve $(D^3 - 3D^2 + 3D - 1)\,y = 0$.

4. $x' = 7x - y$, $y' = 3x + y$ எனில் x-ன் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை மட்டும் தருக.

   Obtain the differential equation of x alone, given $x' = 7x - y$ and $y' = 3x + y$.

5. $L(f(t)) = F(s)$ எனில் $L\left(\int_0^t f(t)\,dt\right) = \dfrac{F(s)}{s}$ எனக் காட்டுக.

Prove that $L\left(\int_0^t f(t)\,dt\right) = \dfrac{F(s)}{s}$, where $L(f(t)) = F(s)$.

6. $L^{-1}\left(\log \dfrac{s}{s-a}\right)$ வைக் காண்.

Find $L^{-1}\left(\log \dfrac{s}{s-a}\right)$.

7. $f(z) = u + iv$ என்பது வகைக்கெழுவைப் பெற்றிருக்கும் என்றால் $u = c$, $v = k$ என்ற பண்புக் குடும்பங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் என நிரூபி.

Prove that the family of curves $u = c$, $v = k$ cuts orthogonally for an analytic function $f(z) = u + iv$.

8. $f(z) = \dfrac{z^3 + 7z}{7 - 6zi}$ ன் மாறிலிப் புள்ளிகளைக் கண்டுபிடி.

Find the invariant points of a function $f(z) = \dfrac{z^3 + 7z}{7 - 6zi}$.

9. எஸென்ஸியல் சிங்குலாரிட்டியை வரையறுத்து ஒரு உதாரணம் தருக.

Define and give an example of essential singular points.

10. $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{2\cos\theta + \sin\theta}$ வை ஒரு சிக்கலெண் தொகையீடாக எழுது.

Express $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{2\cos\theta + \sin\theta}$ as complex integration.

PART B — (5 × 16 = 80 marks)

11. (a) (i) Find the values of constants a, b, c so that the maximum value of the directional derivative of $\phi = axy^2 + byz + cz^2x^3$ at $(1, 2, -1)$ has a magnitude 64 in the direction parallel to z-axis. (6)

(ii) Verify Green's theorem for $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ taken round the rectangle bounded by the lines $x = \pm a$, $y = 0$ and $y = b$. (10)

(i) $\phi = axy^2 + byz + cz^2x^3$ என்பது $(1,2,-1)$ எனும் புள்ளியில் 64 என்ற அதிகபட்ச டைரக்சனல் வகைக்கெழுவை பெற்றால் a,b,c ன் மதிப்புகளை காண்.

(ii) $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ க்கு $x = \pm a$, $y = 0$, $y = b$ ஆல் ஆன செவ்வகத்தில் கீரின்ஸ் தேற்றத்தை சரிபார்.

Or

(b) (i) A fluid motion is given by $\vec{V} = (y+z)\vec{i} + (z+x)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$. Is this motion irrotational and is this possible for an incompressible fluid? (6)

(ii) Verify Gauss divergence theorem for $\vec{F} = (x^2 - yz)\vec{i} + (y^2 - xz)\vec{j} + (z^2 - xy)\vec{k}$. And S is the surface of the rectangular parallelepiped bounded by $x = 0, x = a, y = 0, y = b, z = 0$ and $z = c$. (10)

(i) $\vec{V} = (y+z)\vec{i} + (z+x)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$ என்பது ஒரு திரவத்தின் இயக்கத்தை (மோஷன்) குறிக்கும். இத்திரவத்தின் இயக்கம் சுற்றுத்திறனை தராது (இர்ரொட்டேஷன்) எனுவும் இத்திரவம் அழுத்தமற்றது (இன்கம்பரஸபல்) எனவும் நிரூபி.

(ii) $\vec{F} = (x^2 - yz)\vec{i} + (y^2 - xz)\vec{j} + (z^2 - xy)\vec{k}$ க்கு $x = 0, x = a, y = 0, y = b, z = 0$, $z = c$ க்களால் மூடப்பட்ட உருவத்தில் காஸ் (Gauss) டைவர்ஜன்ட் தேற்றத்தை சரிபார்.

12. (a) (i) Solve $(D^3 + 2D^2 + D)\,y = e^{-x} + \cos 2x$. (8)

(ii) Solve $y'' = x, x'' = y$. (8)

(i) தீர்வு காண்க : $(D^3 + 2D^2 + D)\,y = e^{-x} + \cos 2x$.

(ii) தீர்வு காண்க : $y'' = x, x'' = y$.

Or

(b) (i) Solve $y'' + y = \sec x$. (6)

(ii) Solve $(2x+7)^2 y'' - 6(2x+7)\,y' + 8y = 8x$. (10)

(i) தீர்வு காண்க : $y'' + y = \sec x$

(ii) $(2x+7)^2 y'' - 6(2x+7)\,y' + 8y = 8x$ ன் தீர்வு காண்க.

13. (a) (i) Find $L(e^{-t}\sin^2 3t)$ and $L\left(\frac{e^{-t}-\cos t}{t}\right)$. (3 + 3)

(ii) Solve $x''+2x'+5x=e^{-t}\sin t$; $x(0)=0$ and $x'(0)=1$ using Laplace transform. (10)

(i) $L(e^{-t}\sin^2 3t)$, $L\left(\frac{e^{-t}-\cos t}{t}\right)$ களை கண்டுபிடி.

(ii) லெப்லாஸ் சார்பை பயன்படுத்தி தீர்வு காண்க : $x''+2x'+5x=e^{-t}\sin t$, $x(0)=0$, $x'(0)=1$.

Or

(b) (i) State second shifting theorem and also find $L^{-1}\left(\frac{e^{-s}}{\sqrt{s+1}}\right)$. (2 + 4)

(ii) Find $L^{-1}\left(\frac{3s+1}{(s+1)^4}\right)$. (4)

(iii) Find the Laplace transform for $f(t)=\sin\frac{\pi t}{a}$, such that $f(t+a)=f(t)$. (6)

(i) செகன்ட் சிஃப்டிங் தேற்றத்தை எழுதுக. மேலும் $L^{-1}\left(\frac{e^{-s}}{\sqrt{s+1}}\right)$ ஐக் காண்க.

(ii) $L^{-1}\left(\frac{3s+1}{(s+1)^4}\right)=?$

(iii) கீழ்காணும் சார்பின் லெப்லாஸ் சார்பை காண்க $f(t)=\sin\frac{\pi t}{a}$, $0<t<a$ மற்றும் $f(t+a)=f(t)$.

14. (a) (i) If $u=x^2-y^2$, $v=\frac{y}{x^2+y^2}$, prove that u and v are harmonic functions but $f(z)=u+iv$ is not an analytic function. (6)

(ii) Show that the function $u=e^{-2xy}\sin(x^2-y^2)$ is a real part of an analytic function. Also find its conjugate harmonic function v and express $f(z)=u+iv$ as function of z. (10)

(i) $u = x^2 - y^2$, $v = \frac{y}{x^2 + y^2}$ என்பன ஹார்மானிக் சார்புகள், ஆனால் $f(z) = u + iv$ என வகைப்படுத்தத் தக்கவை அல்ல என நிரூபி.

(ii) $u = e^{-2xy} \sin(x^2 - y^2)$ என்பது வகைப்படுத்தத்தக்க சார்பின் மெய்ப்பகுதி என நிரூபித்து, $f(z) = u + iv$ மற்றும் vயையும் கண்டுபிடி.

Or

(b) (i) Is $f(z) = z^n$ analytic function everywhere? (4)

(ii) Find the image of the lines $u = a$ and $v = b$ in w-plane into z-plane under the transformation $z = \sqrt{w}$. (6)

(iii) Find the bilinear transformation which maps $I, -i, 1$ in z-plane into $0, 1, \infty$ of the w plane respectively. (6)

(i) $f(z) = z^n$, வகைப்படுத்தத் தக்கதா என சோதி.

(ii) $z = \sqrt{w}$ எனும் சார்பின் கீழ் w–தளத்தில் $u = a$, $v = b$ எனும் நேர்கோடுகளின் பிம்பங்கள் z–தளத்தில் என்னவாக இருக்கும் என ஆராய்க.

(iii) $I, -i, 1$ எனும் z–தளத்தில் உள்ள புள்ளிகளின் பிம்பங்கள் w-தளத்தில் முறையே $0, 1, \infty$ என அமைக்கவல்ல சார்பை (பைலீனியர்) கண்டுபிடி.

15. (a) (i) Using Cauchy's integral formula evaluate $\oint_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$ where C is $|z| = 2$. (4)

(ii) Evaluate $\int_0^\infty \frac{dx}{x^4 + a^4}$ using contour integration. (12)

(i) காஸி தொகை சூத்திரம் (காஸி இன்டெகரல் பார்மூலா) பயன்படுத்தி $\oint_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$ –ன் மதிப்பை காண்க. Cன் மதிப்பு $|z| = 2$.

(ii) காஸி ரெஸிடியூ தேற்றத்தை துணைகொண்டு $\int_0^\infty \frac{dx}{x^4 + a^4}$ ன் மதிப்பை காண்க.

Or

(b) (i) Obtain the Laurent's expansion of $f(z) = \dfrac{z^2 - 4z + 2}{z^3 - 2z^2 - 5z + 6}$ in $3 < |z+2| < 5$. (6)

(ii) Evaluate $\int_C \dfrac{z^3 dz}{(z-1)^4 (z-2)(z-3)}$ where C is $|z| = 2.5$; using residue theorem. (10)

(i) லாரன்ஸ் விரிவாக எழுது : $f(z) = \dfrac{z^2 - 4z + 2}{z^3 - 2z^2 - 5z + 6}$; $3 < |z+2| < 5$.

(ii) காஸி ரெஸிடியூ தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\int_C \dfrac{z^3 dz}{(z-1)^4 (z-2)(z-3)} dz$ ன் மதிப்பை காண்க. $|z| = 2.5$ ஐ Cக்கு தருக.