

Reg. No. : 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Question Paper Code : 37001 T**

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, JANUARY 2014.

First Semester

Civil Engineering

MA 6151 T — MATHEMATICS — I

(Common to Mechanical Engineering)

(Regulation 2013)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1.  $3 \times 3$  ஐ வரிசையாகக் கொண்ட  $A$  என்ற அணியின் தனித்தன்மை மூலங்கள் 2, 3 மற்றும் 1 எனில் adjoint  $A$  -ன் தனித்தன்மை மூலங்களைக் காண்க.

If the eigen values of the matrix  $A$  of order  $3 \times 3$  are 2, 3 and 1, then find the eigen values of adjoint of  $A$ .

2.  $\lambda$  என்பது  $A$  ன் தனித்தன்மை மூலம் எனில்,  $\lambda^2$  ஐ  $A^2$  ன் தனித்தன்மை மூலம் என நிறுவுக.

If  $\lambda$  is the eigen value of the matrix  $A$ , then prove that  $\lambda^2$  is the eigen value of  $A^2$ .

3. நிபந்தனைக்குட்பட்ட ஒருங்குதலைக் கொண்ட தொடர் வரிசையின் எடுத்துக்காட்டினை தருக.

Give an example for conditionally convergent series.

4.  $1 - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} - \frac{1}{8^2} \dots$  to  $\infty$  என்ற தொடரின் ஒருங்குதலைக் காண்க.

Test the convergence of the series  $1 - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} - \frac{1}{8^2} \dots$  to  $\infty$ .

5.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$  என்ற வட்டத்தின் வளைந்த தன்மையைக் காண்க.

What is the curvature of the circle  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$  at any point on it?

6.  $m$ -ஐ துணையலகாகக் கொண்ட  $y = mx + \frac{1}{m}$  என்ற நேர்கோட்டு இனத்தொகுப்பின் உறையிடுதலைக் காண்க.

Find the envelope of the family of curves  $y = mx + \frac{1}{m}$ , where  $m$  is the parameter.

7.  $x^y + y^x = 1$  எனில்  $\frac{dy}{dx}$  ஐ காண்க.

If  $x^y + y^x = 1$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

8.  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  எனில்  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$  ஐ காண்க.

If  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ , then find  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$ .

9.  $x = 0$ ,  $y = 1$  மற்றும்  $y = x$  ஆல் அடைபடும் பரப்பை இருமடங்குத் தொகையிடல் மூலம் காண்க.

Find the area bounded by the lines  $x = 0$ ,  $y = 1$  and  $y = x$ .

10.  $\int_0^{\pi} \int_0^a r \, dr \, d\theta$  -ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate  $\int_0^{\pi} \int_0^a r \, dr \, d\theta$ .

PART B — (5 × 16 = 80 marks)

11. (a) (i)  $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  என்ற அணியின் தனித்தன்மை மூலங்கள் மற்றும் தனித்தன்மை திசையிலிகளைக் காண்க.

- (ii) கெய்லி-ஹால்மில்டன் தேற்றத்தினை பயன்படுத்தி  $A^{-1}$  மற்றும்  $A^4$  ஐ காண்க.

இங்கு  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ .

- (i) Find the eigen values and the eigen vectors of the matrix  $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ . (8)

- (ii) Using Cayley-Hamilton theorem find  $A^{-1}$  and  $A^4$ , if  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ . (8)

Or

- (b) செங்குத்து நிலைமாற்றத்தின் மூலம்  $6x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 4xy - 2yz + 4xz$  என்ற இருபடிக் கோவையை நியமன அமைப்பாக மாற்றுக. மேலும் தரம் மற்றும் அமைப்பை காண்க.

Reduce the quadratic form  $6x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 4xy - 2yz + 4xz$  into a canonical form by an orthogonal reduction. Hence find its rank and nature. (16)

12. (a) (i)  $1 + \frac{2}{5}x + \frac{6}{9}x^2 + \frac{14}{17}x^3 + \dots + \frac{2^n - 2}{2^n + 1}(x^{n-1}) + \dots (x > 0)$  என்ற தொடரின் ஒருங்கு தன்மையை பரிசோதிக்கவும்.

- (ii)  $\frac{1}{2^3} - \frac{1}{3^3}(1+2) + \frac{1}{4^3}(1+2+3) - \frac{1}{5^3}(1+2+3+4) + \dots$  என்ற தொடரின் ஒருங்கு தன்மையை அலசி ஆராயவும்.

- (i) Examine the convergence and the divergence of the following series

$$1 + \frac{2}{5}x + \frac{6}{9}x^2 + \frac{14}{17}x^3 + \dots + \frac{2^n - 2}{2^n + 1}(x^{n-1}) + \dots (x > 0). \quad (8)$$

- (ii) Discuss the convergence and the divergence of the following series

$$\frac{1}{2^3} - \frac{1}{3^3}(1+2) + \frac{1}{4^3}(1+2+3) - \frac{1}{5^3}(1+2+3+4) + \dots \quad (8)$$

Or

- (b) (i)  $\sum_{n=0}^{\infty} ne^{-n^2}$  என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை பரிசோதிக்கவும்.
- (ii)  $\frac{x}{1+x} - \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^3}{1+x^3} - \frac{x^4}{1+x^4} + \dots$  ( $0 < x < 1$ ) என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை பரிசோதிக்கவும்.
- (i) Test the convergence of the series  $\sum_{n=0}^{\infty} ne^{-n^2}$ . (8)
- (ii) Test the convergence of the series  $\frac{x}{1+x} + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^3}{1+x^3} + \dots$  ( $0 < x < 1$ ). (8)
13. (a) (i)  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  என்ற வரையருவின் வளையாரத்தைக் காண்க.
- (ii)  $y^2 = 4ax$  என்ற வளைவரையின் வரை செங்கோட்டுத் தழுவிடையக் காண்க.
- (i) Find the radius of curvature of the cycloid  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$ . (8)
- (ii) Find the equation of the evolutes of the parabola  $y^2 = 4ax$ . (8)
- Or
- (b) (i)  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  ன்  $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$  என்ற புள்ளியில் வளைவரையின் வட்டச் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
- (ii)  $y = mx - 2am - am^3$ ,  $m$ -என்பதை துணையலகாகக் கொண்ட நேர்கோட்டு இனத்தொகுப்பிற்கு உறையிடுதலைக் காண்க.
- (i) Find the equation of circle of curvature at  $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$  on  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ . (8)
- (ii) Find the envelope of the family of straight lines  $y = mx - 2am - am^3$ , where  $m$  is the parameter. (8)

14. (a) (i)  $e^x \log(1 + y)$ -ஐ  $x$  மற்றும்  $y$  ல் மூன்றாம் வரிசை வரையில் டெய்லர் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி விரித்து எழுதுக.

(ii)  $u = \frac{yz}{x}$ ,  $v = \frac{zx}{y}$ ,  $w = \frac{xy}{z}$  எனில்  $\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$  ஐ காண்க.

(i) Expand  $e^x \log(1 + y)$  in powers of  $x$  and  $y$  upto the third degree terms using Taylor's theorem. (8)

(ii) If  $u = \frac{yz}{x}$ ,  $v = \frac{zx}{y}$ ,  $w = \frac{xy}{z}$ , find  $\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$ . (8)

Or

(b) (i)  $f(x, y) = x^3 y^2 (1 - x - y)$  ன் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளைக் காண்க.

(ii)  $w = f(y - z, z - x, x - y)$  எனில்  $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$  என நிறுவுக.

(i) Discuss the maxima and minima of  $f(x, y) = x^3 y^2 (1 - x - y)$ . (8)

(ii) If  $w = f(y - z, z - x, x - y)$ , then show that  $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ . (8)

15. (a) (i)  $\int_0^1 \int_{x^2}^{2-x} xy \, dy \, dx$  ன் தொகையிடலின் வரிசையை மாற்றி மதிப்பிடுக.

(ii) துருவக் கூறுகளுக்கு மாற்றி  $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} \, dx \, dy$  ஐ மதிப்பிடுக.

(i) By changing the order of integration evaluate  $\int_0^1 \int_{x^2}^{2-x} xy \, dy \, dx$ . (8)

(ii) By changing to polar coordinates, evaluate  $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} \, dx \, dy$ . (8)

Or

- (b) (i)  $\iint xy \, dx \, dy$  ஐ  $x^2 + y^2 = a^2$  என்ற வட்டத்தின் முதல் கால்வட்டப் பரப்பில் மதிப்பிடுக.
- (ii)  $V$  என்பது  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  மற்றும்  $x + y + z = 1$  என்ற தளங்களுக்குட்பட்ட வெளி எனில்,  $\iiint_V \frac{dz \, dy \, dx}{(x + y + z + 1)^3}$  மதிப்பிடுக.
- (i) Evaluate  $\iint xy \, dx \, dy$  over the positive quadrant of the circle  $x^2 + y^2 = a^2$ . (8)
- (ii) Evaluate  $\iiint_V \frac{dz \, dy \, dx}{(x + y + z + 1)^3}$ , where  $V$  is the region bounded by  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  and  $x + y + z = 1$ . (8)

Reg. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Question Paper Code : 57495T**

**B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, MAY/JUNE 2016**

**First Semester**

**Mechanical Engineering**

**MA 6151 T – MATHEMATICS – I**

**(Common to Civil Engineering)**

**(Regulation 2013)**

**Time : Three Hours**

**Maximum : 100 Marks**

**Answer ALL questions.**

**PART – A (10 × 2 = 20 Marks)**

1. If the eigen values of the matrix A of order  $3 \times 3$  are 2, 3 and 1, then find the eigen values of adjoint of A.  
3 × 3 வரிசை கொண்ட A என்ற அணியின் மூலங்கள் (தனித்தன்மை) 1,2,3, எனில் adj A ன் தனித்தன்மை மூலங்களைக் காண்க.
2. If  $\lambda$  is the eigen value of the matrix A, then prove that  $\lambda^2$  is the eigen value of  $A^2$ .  
 $\lambda$  என்பது A ன் தனித்தன்மை மூலம் எனில்,  $\lambda^2$  என்பது  $A^2$  ன் தனித்தன்மை மூலம் என நிருவுக.
3. Give an example for conditionally convergent series.  
நிபந்தணைகுரிய ஒருங்குதலுக்கான ஒரு முடிவிலாத் தொடர் வரிசையை எழுதுக.
4. Test the convergence of the series  $1 - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} - \dots$   
 $1 - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} - \dots$  என்ற தொடரில் ஒருங்குதலைக் காண்க.
5. Define evolutes of the curve.  
செங்கோட்டு தழுவியை என்றால் என்ன ?
6. Find the envelope of the family of curves  $y = mx + \frac{1}{m}$ , where m is the parameter.  
 $y = mx + \frac{1}{m}$  ன் உருயிடுதலைக் காண்க, இங்கு m என்பது ஒரு பிரப்புருப்பாக்கி.
7. If  $x^2 + y^2 = 1$ , then find  $\frac{dy}{dx}$   
 $x^2 + y^2 = 1$ , எனில்  $\frac{dy}{dx}$  ஐ காண்க.

8. If  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ , then find  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$ .  
 $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ , எனில்  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$  ஐ காண்க.

9. Sketch the region of integration in  $\int_0^1 \int_0^x dy dx$ .

$\int_0^1 \int_0^x dy dx$  -ன் தொகையிடலின் பதப்பை வரைக.

10. Find the area bounded by the lines  $x = 0$ ,  $y = 1$ ,  $x = 1$  and  $y = 0$ .  
 $x = 0$ ,  $y = 1$ ,  $x = 1$ , மேலும்  $y = 0$  ஆல் அடைபடும் பரப்பினை காண்க.

**PART – B (5 × 16 = 80 Marks)**

11. (a) (i) Find the eigen values and the eigen vectors of the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ .

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  -ன் தனித்தன்மை மூலங்களையும் அதனுடைய திசையிலிகளையும் காண்க.

(8)

(ii) Verify Cayley-Hamilton theorem for  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ . Hence using it find  $A^{-1}$ .

கெய்லி-ஹாமில்டன் தேற்றத்தை  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  க்கு

சரிபார். மேலும்  $A^{-1}$  ஐ காண்க.

(8)

**OR**

(b) Reduce the quadratic form  $6x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 4xy - 2yz + 4xz$  into a canonical form by an orthogonal reduction. Hence find its rank and nature.

$6x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 4xy - 2yz + 4xz$  என்ற இருபடிக்கோவையை செங்குத்து நிலைமாற்றத்தின் மூலம் நியமன அமைப்பாக மாற்றுக. மேலும் அதனுடைய தரம் மற்றும் நிலையை காண்க.

(16)

12. (a) (i) Discuss the convergence and the divergence of the following series

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots \text{to } \infty.$$

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots \text{to } \infty \text{ என்ற முடிவிலாத் தொடரின்}$$

ஒருங்குதலைக் காண்க.

(8)



(ii) Find the interval of the convergence of the series :  $x - \frac{x^2}{\sqrt{2}} + \frac{x^3}{\sqrt{3}} - \frac{x^4}{\sqrt{4}} + \dots$

$x - \frac{x^2}{\sqrt{2}} + \frac{x^3}{\sqrt{3}} - \frac{x^4}{\sqrt{4}} + \dots$  என்ற தொடர் வரிசையின்

ஒருங்குதலுக்குரிய இடைவெளியை காண்க.

(8)

OR

(b) (i) Test the convergence of the series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ .

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ , என்ற தொடர் வரிசையின் ஒருங்குதலைக் காண்க.

(8)

(ii) Test the convergence of the series  $\frac{x}{1+x} + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^3}{1+x^3} + \dots$  to  $\infty$

$\frac{x}{1+x} + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^3}{1+x^3} + \dots$  to  $\infty$  என்ற தொடர் வரிசையின் ஒருங்குதலைக் காண்க.

(8)

13. (a) (i) Find the equation of circle of curvature at  $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$  on  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ .

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  என்ற வரைக்கு  $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$  என்ற புள்ளியில்

வளைவரையின் வட்டச்சமன்பாட்டைக் காண்க.

(8)

(ii) Find the equation of the evolutes of the parabola  $y^2 = 4ax$ .

$y^2 = 4ax$  என்ற வளையரையின் செங்கோட்டுத் தழுவினைக் காண்க.

(8)

OR

(b) (i) Find the radius of curvature at  $t$  on  $x = e^t \cos t$ ,  $y = e^t \sin t$ .

$x = e^t \cos t$ ,  $y = e^t \sin t$ , எனும் வரையாரம் ஏதேனும் புள்ளி  $t$  ல் காண்க.

(8)

(ii) Find the envelope of the family of straight lines  $y = mx - 2am - am^3$ , where  $m$  is the parameter.

$y = mx - 2am - am^3$ ,  $m$  -பிரப்புருப்பாக்கி, என்ற நேர்கோட்டுச் சமன்பாட்டின் உரைபடுதலைக் காண்க.

(8)

14. (a) (i) Expand  $e^x \log(1+y)$  in powers of  $x$  and  $y$  up to the third degree terms using Taylor's theorem.

$e^x \log(1+y)$  -ன் டெய்லர் விரிவாக்கத்தை மூன்றாம்படி வரை  $x$  மற்றும்  $y$  ஆக காண்க.

(8)

(ii) If  $x = r \sin \theta \cos \phi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \phi$ ,  $z = r \cos \theta$ , find  $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \phi)}$

$x = r \sin \theta \cos \phi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \phi$ ,  $z = r \cos \theta$ , எனில்  $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \phi)}$  ஐ

காண்க.

(8)

OR

- (b) (i) A rectangular box open at the top is to have volume of 32 cubic ft. Find the dimension of the box requiring least material for its construction.  
ஒரு திறந்த செவ்வகப் பெட்டியின் பருமன் 32 cc எனில், அதனுடைய கட்டுமானத்திற்கு தேவைப்படும் சிறும மேற்பரப்பிற்கான பரிமாணங்களைக் காண்க. (8)

- (ii) If  $w = f(y - z, z - x, x - y)$ , then show that  $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ .

$w = f(y - z, z - x, x - y)$ , எனில்  $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$  என நிருவுக. (8)

15. (a) (i) By changing the order of integration evaluate  $\int_0^1 \int_{x^2}^{2-x} xy \, dy \, dx$ .

$\int_0^1 \int_{x^2}^{2-x} xy \, dy \, dx$  -ன் தொகையிலின் வரிசையை மாற்றி பின் தொகையிடுக. (8)

- (ii) By changing to polar coordinates, evaluate  $\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} \, dx \, dy$ .

$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} \, dx \, dy$  -ஐ போலார் மூலக்கூறுகளுக்கு மாற்றி தொகையிடுக. (8)

OR

- (b) (i) Evaluate  $\iint xy \, dx \, dy$  over the positive quadrant of the circle  $x^2 + y^2 = a^2$ .

$\iint xy \, dx \, dy$  ஐ  $x^2 + y^2 = a^2$  என்ற வட்டத்தின் முதல் தளப்பகுதியில் தொகையிடுக. (8)

- (ii) Evaluate  $\iiint_V \frac{dzdydx}{(x+y+z+1)^3}$ , where V is the region bounded by  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  and  $x + y + z = 1$ .

$\iiint_V \frac{dzdydx}{(x+y+z+1)^3}$  ஐ தொகையிடுக. இங்கு V என்பது  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  மற்றும்  $x + y + z = 1$  என்ற தளங்களால் அடைபட்ட பரப்பாகும். (8)

Reg. No. : **Question Paper Code : 72061 T**

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, APRIL/MAY 2017.

First Semester

Civil Engineering

MA 6151 T — MATHEMATICS — I

(Common to Mechanical Engineering)

(Regulations 2013)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1.  $A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$  - என்ற அணியின் தனித்தன்மை மூலங்கள் 3 மற்றும் 0 எனில்

மூன்றாவது தனித்தன்மை மூலத்தின் மதிப்பு என்ன? மேலும் இந்த அணியின் அனைத்து தனித்தன்மை மூலங்களின் பெருக்குத்தொகை என்ன?

Two eigenvalues of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$  are 3 and 0. What is the

third eigenvalue? What is the product of the eigenvalues of A?

2.  $\begin{bmatrix} a & 4 \\ 1 & b \end{bmatrix}$  - என்ற அணியின் தனித்தன்மை மூலங்கள் 3 மற்றும் -2 என்றால் நிலை

எண்களான  $a$  மற்றும்  $b$ -ன் மதிப்புகளை காண்க.

Find the constants  $a$  and  $b$  such that the matrix  $\begin{bmatrix} a & 4 \\ 1 & b \end{bmatrix}$  has 3 and -2 as its eigenvalues.

3.  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \infty$  என்ற முடிவிலா தொடரின் ஒருங்கலை பரிசோதிக்க.

Test the convergence of the series  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \infty$ .

4.  $u_n = 2n$  என்ற வரிசையின் ஒருங்கலை ஆய்வு செய்க.

Examine the convergence of the sequence  $u_n = 2n$ .

5. வரையறுக்க : அலர்வரை (Evolute) உட்கருள் (Involute).

Define Evolute and Involute.

6.  $\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1$  என்ற கோடுகளின் குடும்ப உரையின் சூழலைக் காண்க,  $\theta$  என்பது அளவுறு ஆகும்.

Find the envelop of the family of lines  $\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1$ ,  $\theta$  being the parameter.

7.  $u = \sin^{-1} \left[ \frac{x^3 - y^2}{x + y} \right]$  எனில்  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2 \tan u$  என நிரூபி.

If  $u = \sin^{-1} \left[ \frac{x^3 - y^2}{x + y} \right]$ , then prove that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2 \tan u$ .

8.  $u = \frac{x}{y}$  மற்றும்  $x = e^t$ ,  $y = \log t$  எனில்  $\frac{du}{dt}$  -யை காண்க.

Find  $\frac{du}{dt}$ , if  $u = \frac{x}{y}$ , where  $x = e^t$ ,  $y = \log t$ .

9. மதிப்பிடுக :  $\int_0^{\pi} \int_0^{\sin \theta} r \, dr \, d\theta$

Evaluate :  $\int_0^{\pi} \int_0^{\sin \theta} r \, dr \, d\theta$ .

10. மதிப்பிடுக :  $\int_1^3 \int_3^4 \int_1^4 xyz \, dx \, dy \, dz$

Evaluate :  $\int_1^3 \int_3^4 \int_1^4 xyz \, dx \, dy \, dz$ .

## PART B — (5 × 16 = 80 marks)

11. (a)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$  - என்ற அணிக்கு கேய்லி ஹோமில்டன் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

மற்றும் அதன் மூலம்  $A^4$  மற்றும்  $A^{-1}$  -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Verify Cayley-Hamilton theorem find  $A^4$  and  $A^{-1}$  when

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Or

(b)  $\begin{bmatrix} 10 & -2 & -5 \\ -2 & 2 & 3 \\ -5 & 3 & 5 \end{bmatrix}$  - என்ற அணியை மூலவிட்ட அணியாக மாற்றுக.

Reduce the matrix  $\begin{bmatrix} 10 & -2 & -5 \\ -2 & 2 & 3 \\ -5 & 3 & 5 \end{bmatrix}$  to diagonal form. (16)

12. (a) (i)  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{4}+1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1} + \dots$  என்ற முடிவிலா தொடர்வரிசை, ஒருங்குகிறதா மற்றும் அறவொருங்குதலுக்குரியதா என சோதிக்கவும்.

(ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2+1}$  - என்ற தொகுதி வரிசையின் ஒருங்குதலைச் சோதிக்கவும்.

(i) Test the convergence and absolute convergence of the series. (8)

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{4}+1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1} + \dots$$

(ii) Test for convergence of the series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2+1}$ . (8)

Or

(b) (i)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+1} - n)$  என்ற தொடரின் ஒருங்குதலைச் சோதிக்கவும்.

(ii)  $\frac{1}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \frac{4}{7.9} + \dots$  என்ற தொடரின் ஒருங்குதலைச் சோதிக்கவும்.

(i) Test the series  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+1} - n)$ . (8)

(ii) Test the convergence of the sum

$$\frac{1}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \frac{4}{7.9} + \dots$$
 (8)

13. (a) (i)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  - என்ற நீள்வட்டத்தின் செங்கோட்டுத் தழுவினைக் காண்.

(ii)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  என்ற கோடுகளின் குடும்பத்தின் சூழலைக் காண்க. (c மாறிலி,  $a^2 + b^2 = c^2$  என்று இருப்பின்)

(i) Find the evolute of the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , considering it as the envelope of its normals. (8)

(ii) Find the envelope of  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ , where  $a$  and  $b$  are connected by  $a^2 + b^2 = c^2$ ,  $c$  being a constant. (8)

Or

(b) (i)  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  என்ற வட்ட உருளை ஏதாவது ஒரு புள்ளியிடத்து கோட்ட வளைவரை  $4a \cos \frac{\theta}{2}$  என மெய்ப்பிக்கவும்.

(ii)  $xy = 12$  என்ற வளைவரையின் வட்ட வளைவரையை (3, 4) என்ற புள்ளியிடத்துக் காண்க.

(i) Prove that the radius of curvature at any point of the cycloid  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  is  $4a \cos \frac{\theta}{2}$ . (8)

(ii) Find the circle of curvature at (3, 4) on  $xy = 12$ . (8)

14. (a) (i) மூடியில்லா செவ்வக பெட்டியின் கொள்ளளவு 32 cc எனக் கொள்ளும் போது அதன் பரிமாணங்களைக் காண்க.

(ii)  $x^2yz^3$  - என்ற சார்பிற்கு மீச்சிறு மதிப்பு காண்க. ( $2x + y + 3z = a$  என்று இருப்பின்)

- (i) A rectangular box open at the top, is to have a volume of 32 cc. Find the dimensions of the box, that requires the least material for its construction. (8)
- (ii) Find the minimum values of  $x^2yz^3$  subject to the condition  $2x + y + 3z = a$ . (8)

Or

- (b) (i)  $x^3 + y^3 + xy^2$  என்ற சார்பிற்கு டெய்லர் தொடரை  $(1, 2)$  என்ற புள்ளியில் வழங்குக.

(ii)  $u = \cos^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$  எனில்  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-1}{2} \cot u$  என நிறுவுக.

- (i) Obtain the Taylor series of  $x^3 + y^3 + xy^2$  at  $(1, 2)$ . (8)

(ii) If  $u = \cos^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ , then prove that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-1}{2} \cot u$ . (8)

15. (a) (i)  $\int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} xy \, dy \, dx$  என்ற தொகையிடலில் வரிசையை மாற்றி மதிப்பிடுக.

(ii) மதிப்பிடுக :  $\int_0^a \int_0^b \int_0^c (x^2 + y^2 + z^2) \, dx \, dy \, dz$ .

- (i) Change the order of integration and hence evaluate it

$\int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} xy \, dy \, dx$ . (8)

(ii) Evaluate :  $\int_0^a \int_0^b \int_0^c (x^2 + y^2 + z^2) \, dx \, dy \, dz$ . (8)

Or

- (b) (i)  $y = x^2$  என்ற பரவளையத்திற்கும்,  $y = x$  என்ற கோட்டிற்கும் இடையே அடைபடும் பரப்பளவில்  $\iint (x - y) \, dx \, dy$  -ன் மதிப்பை காண்க.

(ii)  $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$  என்ற மிகை கோள வட்டத்தின் அரைக்கால் வில்வரை மூலம்  $\iiint xyz \, dx \, dy \, dz$  -ன் மதிப்பை காண்க.

- (i) Evaluate  $\iint (x - y) dx dy$  over the region between the line  $y = x$  and the parabola  $y = x^2$ . (8)
- (ii) Find the value of  $\iiint xyz dx dy dz$  through the positive spherical octant for which  $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ . (8)
- 

AU COE QP



Reg. No. : **Question Paper Code : 77184 T**

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, APRIL/MAY 2015.

First Semester

Mechanical Engineering

MA 6151 T — MATHEMATICS – I

(Common to Civil Engineering)

(Regulation 2013)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1.  $\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின் தனித்தன்மை மூலங்களின் கூட்டுத் தொகையையும், பெருக்குத்தொகையையும் காண்க.

Find the sum and product of all the eigen values of  $\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ .

2.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$  என்பது ஒரு இருபடிக்கோவையின் அணியென்றால், இந்த இருபடிக்கோவையின் தன்மையைக் கூறுக.

Give the nature of a quadratic form whose matrix is  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

3. தொடர் வரிசை மற்றும் தொடர் : வேறுபடுத்துக.  
Distinguish between a sequence and series.
4. தொகையிடல் ஆய்வினைக் கூறுக.  
State the Integral test.

5. வளைத்தன்மை வட்டம் என்பது என்ன?

What is circle of curvature?

6.  $x \cos \theta + y \sin \theta = 1$ ,  $\theta$  ஓர் அளவுரு - இதன் உறையிடுதல் காண்க.

Find the envelope of  $x \cos \theta + y \sin \theta = 1$ , where  $\theta$  is a parameter.

7. If  $u = x^2 + y^2$  and  $x = at^2$ ,  $y = 2at$ , எனில்  $\frac{du}{dt}$  காண்க.

If  $u = x^2 + y^2$  and  $x = at^2$ ,  $y = 2at$ , find  $\frac{du}{dt}$ .

8.  $f(x, y)$ ன் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புக்கான நிபந்தனைகளைக் கூறுக.

State the conditions for maxima and minima of  $f(x, y)$ .

9. மதிப்பிடுக :  $\int_1^2 \int_1^3 \frac{xdy}{xy}$

Evaluate  $\int_1^2 \int_1^3 \frac{xdy}{xy}$ .

10.  $\int_0^a \int_0^b \int_0^c dx dy dz$  ன் மதிப்பு காண்.

Obtain the value of  $\int_0^a \int_0^b \int_0^c dx dy dz$ .

PART B — (5 × 16 = 80 marks)

11. (a) (i)  $\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின் தனித்தன்மை மூலங்கள் மற்றும் தனித்தன்மை திசையிகளைக் காண்க. (8)

(ii) கெய்லி - ஹேமில்டன் தேற்றத்தை  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  என்ற அணிக்குச் சரிபார்த்து  $A^{-1}$  காண்க. (8)

(i) Find the eigen values and eigen vectors of  $\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

(ii) If  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ , verify Cayley- Hamilton theorem and hence find  $A^{-1}$ .

Or

- (b)  $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 6zx$  என்ற இருபடிக் கோவையை ஒழுங்கு முறைப்பட்ட கோவையாக மாற்றுக. அதன் தரத்தைக் காண்க. (16)

Reduce the quadratic form  $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 6zx$  into canonical form and hence find its rank.

12. (a) (i) ஒப்பீட்டு சோதனையைப் பயன்படுத்தி  $\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$  என்ற தொடரின் குவிதல்/விரிதல் குறித்து ஆய்க. (8)

- (ii) டிஆலெம்பர்ட்-விகித சோதனையைப் பயன்படுத்தி  $x + 2x^2 + 3x^3 + \dots$  குவிதல்/விரிதல் குறித்து ஆராய்க. (8)

- (i) Using comparison test, examine the convergence or divergence of  $\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$

- (ii) Using D'Alembert's ratio test, examine the convergence or divergence of  $x + 2x^2 + 3x^3 + \dots$

Or

- (b) (i)  $\frac{1}{1.2} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} - \frac{1}{7.8} + \dots$  குவிதல்/விரிதல் குறித்து ஆய்க. (8)

- (ii)  $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$  குவிதல் குறித்து ஆராய்க. (8)

- (i) Test for convergence or divergence of  $\frac{1}{1.2} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} - \frac{1}{7.8} + \dots$

- (ii) Test for absolute convergence of  $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

13. (a) (i)  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  வளைத்தன்மை ஆரத்தைக் காண்க. (8)

- (ii)  $x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$  வரை செங்கோட்டுத் தழுவி காண்க. (8)

- (i) Find the radius of curvature of  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ .

- (ii) Obtain the evolute of  $x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$ .

Or

- (b) (i) (3,3) என்ற புள்ளியில்  $x^3 + y^3 = 6xy$  க்கு வளைத்தன்மை மையம் காண்க. (8)

- (ii)  $a^2 + b^2 = c^2$  எனில்  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ , க்கு உறையிடுதல் காண்க. (8)

- (i) Find the centre of curvature of  $x^3 + y^3 = 6xy$  at (3,3).

- (ii) Obtain the envelope of  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ , if  $a^2 + b^2 = c^2$ .

14. (a) (i)  $u = \log(\tan x + \tan y + \tan z)$ , எனில்  $\sum \sin 2x \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$  காண்க. (8)
- (ii)  $x^3 + y^3 + xy^2$  க்கு  $x-1$   $y-2$  ன் அடுக்கில் டெய்லர் தொடர் வரிசை காண்க. (8)

- (i) If  $u = \log(\tan x + \tan y + \tan z)$ , find  $\sum \sin 2x \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$ .
- (ii) Obtain the Taylor series of  $x^3 + y^3 + xy^2$  in powers of  $x-1$  and  $y-2$ .

Or

- (b) (i)  $u = x + y + z$ ,  $v = xy + yz + zx$ ,  $w = x^2 + y^2 + z^2$ : ஜெக்கோபியன் காண்க. (8)

- (ii)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  என்ற கன நீள் வளையத்தினுள் அமையும் மீப்பெரு செவ்வக இணைகரத்தின் கன அளவு காண்க. (8)

- (i) Find the Jacobian of  $u = x + y + z$ ,  $v = xy + yz + zx$ ,  $w = x^2 + y^2 + z^2$ .
- (ii) Obtain the volume of the largest rectangular parallelepiped that can be inscribed in the ellipsoid  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .

15. (a) (i)  $\int_0^1 \int_0^1 \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$  - இதன் வரிசையை மாற்றி மதிப்பு காண்க. (8)

- (ii) முன்முனை தொகையிடல் மூலம்  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  ன் கன அளவு காண்க. (8)

- (i) By changing the order of integration, evaluate:  $\int_0^1 \int_0^1 \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$ .

- (ii) Find the volume of  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  using triple integral.

Or

- (b) (i) இரட்டை தொகையிடல் மூலம்  $r = a(1 + \cos \theta)$  ன் பரப்பளவு காண்க. (8)

- (ii)  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \frac{dz dy dx}{\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}}$  மதிப்பு காண்க. (8)

- (i) Using double integral, find the area of  $r = a(1 + \cos \theta)$

- (ii) Evaluate:  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \frac{dz dy dx}{\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}}$ .

Reg. No. : 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Question Paper Code : 80603 T**

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER/DECEMBER 2016.

First Semester

Mechanical Engineering

MA 6151 T — MATHEMATICS – I

(Common to Civil Engineering)

(Regulations 2013)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1.  $A$  என்ற அணியின் 2 ஐகன் மதிப்புகளின் கூடுதல் அந்த அணியின் முதன்மை மூலவிட்டத்தில் உள்ள எண்களின் கூடுதலுக்குச் சமம் எனில்,  $|A|$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

If the sum of two eigenvalues and trace of a matrix  $A$  are equal, find the value of  $|A|$ .

2.  $2x_1^2 + 5x_2^2 + 4x_1x_2 + 2x_3x_1$  என்ற இருபடிக்கோவையின் சதுர அணியை எழுதுக.

Write down the matrix corresponding to the quadratic form  $2x_1^2 + 5x_2^2 + 4x_1x_2 + 2x_3x_1$ .

3. குவி தொடர் என்பதை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.

Define convergence series with example.

4.  $(1 - x + x^2)e^{2x}$ -ன் விரிவில்  $x^6$ -ன் குணகத்தைக் காண்க.

Find the coefficient of  $x^6$  in the expansion of  $(1 - x + x^2)e^{2x}$ .

5.  $xy = c^2$  என்ற வளைவரைக்கு  $(c, c)$  என்ற புள்ளியில் வளையாரத்தினைக் காண்க.

Find the radius of curvature of the curve  $xy = c^2$  at  $(c, c)$ .

6. துணை அலகு  $m$ -ன் வாயிலாக,  $y = mx + \frac{a}{m}$  என்ற சமன்பாடு ஒரு நேர்கோட்டைக் குறிக்குமெனில், அக்கோடுகளின் உறையீடுகளைக் காண்க.

Find the envelope of the family of straight lines  $y = mx + \frac{a}{m}$ ,  $m$  being the parameter.

7.  $u = x^2 + y^2$  மற்றும்  $x = at^2, y = 2at$  எனில், பகுதி வகையிடலைப் பயன்படுத்தி  $\frac{du}{dt}$  காண்க.

Find  $\frac{du}{dt}$  when  $u = x^2 + y^2, x = at^2, y = 2at$ .

8.  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  எனில்,  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$ -ன் மதிப்பு காண்க.

If  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ , find  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$ .

9.  $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 xyz \, dx \, dy \, dz$  ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate  $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 xyz \, dx \, dy \, dz$ .

10.  $\int_0^1 \int_0^y f(x, y) \, dx \, dy$  என்ற தொகையிடலின் வரிசையை மாற்றுக.

Change the order of integration in  $\int_0^1 \int_0^y f(x, y) \, dx \, dy$ .

## PART B — (5 × 16 = 80 marks)

11. (a) (i)  $\begin{pmatrix} 11 & -4 & -7 \\ 7 & -2 & -5 \\ 10 & -4 & -6 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்பு மற்றும் ஐகன் மூலங்களையும் திசையீக்களையும் காண்க.

Find the eigenvalues and eigenvectors of the matrix  $\begin{pmatrix} 11 & -4 & -7 \\ 7 & -2 & -5 \\ 10 & -4 & -6 \end{pmatrix}$ . (8)

- (ii) கெய்லி – கேமில்டன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி  $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின்  $A^{-1}$  காண்க.

Using Cayley–Hamilton theorem find  $A^{-1}$ , where  $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ . (8)

Or

- (b)  $6x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + 4x_3x_1$  என்ற இருபடிக் கோவை அமைப்பை நியமான அமைப்பாக மாற்றுக.

Reduce the quadratic form  $6x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + 4x_3x_1$  to canonical form. (16)

12. (a) (i)  $\frac{1}{2!} - \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} \dots \infty$  என்ற தொடரின் குவியும் தன்மையைப் பரிசோதிக்கவும்.

Examine the convergence of the series  $\frac{1}{2!} - \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} \dots \infty$ . (8)

- (ii)  $\frac{1}{1!} + \frac{1+5}{2!} + \frac{1+5+5^2}{3!} + \dots \infty$  என்ற தொடரின் கூடுதலைக் காண்க.

Find the sum to infinity of the series  $\frac{1}{1!} + \frac{1+5}{2!} + \frac{1+5+5^2}{3!} + \dots \infty$ . (8)

Or

- (b) (i)  $\frac{1}{(1-2x)^2(1-3x)}$  ஐ  $x$ -ன் படிகளில் ஏறுவரிசையில் விரிவாக்கவும். அத்துடன்  $x^n$ -ன் குணகத்தைக் காண்க.

Expand  $\frac{1}{(1-2x)^2(1-3x)}$  in ascending powers of  $x$ . Also find the coefficient of  $x^n$ . (8)

- (ii)  $x$ -ன் மதிப்பு மிகச் சிறியது எனில் தோராயமாக  $\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2+1} = 1 - \frac{x^2}{4} + \frac{7}{64}x^4$  என நிரூபி.

Prove that  $\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2+1} = 1 - \frac{x^2}{4} + \frac{7}{64}x^4$  nearly when  $x$  is small. (8)

13. (a) (i)  $y^2 = 12x$  என்ற பரவளைவிற்கு  $(3, 6)$  என்ற புள்ளியில் வளையார வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.  
Find the equation of the circle of curvature of the parabola  $y^2 = 12x$  at  $(3, 6)$ . (8)

- (ii)  $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,  $y = a(\sin t - t \cos t)$  என்ற வளைவரைவுக்கு செங்கோட்டுத் தழுவினின் சமன்பாடு காண்க.  
Find the equation of evolute of the curve  $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,  $y = a(\sin t - t \cos t)$ . (8)

Or

- (b) (i)  $xy^2 = a^3 - x^3$  என்ற வளைவரைக்கு  $(a, 0)$  என்ற புள்ளியில் வளையாரத்தினைக் காண்க.  
Find the radius of curvature at  $(a, 0)$  on the curve  $xy^2 = a^3 - x^3$ . (8)

- (ii)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  என்ற நீள்வட்டத்தின் உறையீடுதலைக் காண்க. இங்கு துணை அலகுக்கான சமன்பாடு  $a^2 + b^2 = c^2$  என உள்ளது, இதில்  $c$  என்பது மாறிலியாகும்.

Find the envelope of the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  where  $a$  and  $b$  are connected by the relation  $a^2 + b^2 = c^2$ ,  $c$  being a constant. (8)



14. (a) (i)  $u = f(r, s, t)$  மற்றும்  $r = \frac{x}{y}, s = \frac{y}{z}, t = \frac{z}{x}$  எனில்,  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z}$  -ன் மதிப்பு காண்க.

If  $u = f(r, s, t)$  and  $r = \frac{x}{y}, s = \frac{y}{z}, t = \frac{z}{x}$ , find the value of  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z}$ . (8)

- (ii)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  என்ற சார்பின் மீப்பெறு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்பைக் காண்க.

Examine the extrema of  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ . (8)

Or

- (b) (i) டெய்லர் தொடரின் விரிவாக்கத்தைப் பயன்படுத்தி  $e^x \sin y$  ஐ  $x$  மற்றும்  $y$  ன் 3ம் படி வரை விரிவாக்குக.

Using Taylor's series expansion, expand  $e^x \sin y$  in powers of  $x$  and  $y$  as far as terms of the 3<sup>rd</sup> degree. (8)

- (ii)  $x^2 + y^2 + z^2 = 24$  என்ற கோளத்திற்கு  $(1, 2, -1)$  என்ற புள்ளியிலிருந்து குறைந்த மற்றும் அதிக அளவு தூரங்களைக் காண்க.

Find the shortest and longest distances from the point  $(1, 2, -1)$  to the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 24$ . (8)

15. (a) (i)  $\int_0^{a\sqrt{a^2-x^2}} \int_0^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} \sqrt{a^2-x^2-y^2} dx dy$  ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate  $\int_0^{a\sqrt{a^2-x^2}} \int_0^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} \sqrt{a^2-x^2-y^2} dx dy$ . (8)

- (ii) தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  என்ற நீள் வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

Using double integral find the area of the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . (8)

Or

- (b) (i)  $\int_0^{2\sqrt{4-y^2}} \int_0^{2\sqrt{4-y^2}} xy \, dx \, dy$  என்ற தொகையிடலின் வரிசையை மாற்றி மதிப்பிடுக.

Change the order of integration in  $\int_0^{2\sqrt{4-y^2}} \int_0^{2\sqrt{4-y^2}} xy \, dx \, dy$  and evaluate it. (8)

- (ii) கோண அச்சத் தொலைகளுக்கு மாற்றி அமைத்து  $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} \, dx \, dy$  என்ற

தொகையின் மதிப்பு காண்க. அதிலிருந்து  $\int_0^\infty e^{-x^2} \, dx$  ன் மதிப்புக் காண்க.

By transforming into polar co-ordinates evaluate  $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} \, dx \, dy$ .

Hence find the value of  $\int_0^\infty e^{-x^2} \, dx$ . (8)

Reg. No. :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Question Paper Code : 97100 T

B.E./B.Tech. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER/DECEMBER 2014.

First Semester

Mechanical Engineering

MA 6151 T — MATHEMATICS — I

(Common to Civil Engineering)

(Regulation 2013)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer ALL questions.

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

1.  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ b & 0 & 2 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகள் 2 மற்றும் 3 எனில்  $b$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

If 2, 3 are the eigenvalues of  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ b & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , then find the value of  $b$ .

2. கெய்லி-ஹாமில்டன் தேற்றத்தை எழுதுக.

State Cayley-Hamilton theorem.

3. தொகையீட்டுச் சோதனையின் மூலம்  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \dots$  என்ற தொடரின் ஒருங்கும் தன்மையைத் தீர்மானி.

Using integral test, determine the convergence of  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \dots$

4. ஒப்பீடு சோதனையை உபயோகப்படுத்தி,  $\frac{1}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \dots$  என்ற தொடர் விரிவடையும் என நிரூபி.

Using comparison test, prove that the series  $\frac{1}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \dots$  is divergent.

5.  $y = e^x$  என்ற வளைவரையின் வளைவாரத்தை  $(0, 1)$  என்ற புள்ளியில் கண்டறி.

Find the radius of curvature of the curve  $y = e^x$  at  $(0, 1)$ .

6. உட்கருள் வரையையும், அலாவரையையும் வரையறு.

Define involutes and evolutes.

7.  $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$ , எனில்  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z}$  என்பதன் மதிப்பைக் காண்க.

If  $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$ , then find the value of  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z}$ .

8.  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  என்ற உருமாற்றத்தின் ஜகோபியனைக் காண்க.

Find the Jacobian of the transformation  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ .

9. மதிப்பிடுக:  $\int_2^3 \int_1^2 \frac{1}{xy} dx dy$ .

Evaluate  $\int_2^3 \int_1^2 \frac{1}{xy} dx dy$ .

10. மதிப்பிடுக:  $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin \theta} r d\theta dr$ .

Evaluate  $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin \theta} r d\theta dr$ .

PART B — (5 × 16 = 80 marks)

11. (a) (i)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  எனில் கெய்லி-ஹாமில்டன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி

$A^4$  அணியைக் காண்க.

- (ii)  $\begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகளையும், ஐகன்

திசையன்களையும் காண்க.

- (i) Using Cayley-Hamilton theorem find  $A^4$  for the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

- (ii) Find the eigenvalues and eigenvectors of  $\begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ . (8)

Or

- (b) (i)  $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2yz + 2zx - 2xy$  என்ற இருபடி வடிவத்தை செங்கோண உருமாற்றத்தின் மூலம் ஒழுங்குமுறைப் பட்ட வடிவமாக மாற்றுக.

- (ii)  $A$  என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்பு  $\beta$  எனில்  $A^{-1}$  அணியின் ஐகன் மதிப்பு  $\frac{1}{\beta}$  என்று நிரூபி.

- (i) Reduce the quadratic form  $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2yz + 2zx - 2xy$  to the canonical form through orthogonal transformation. (10)

- (ii) If  $\beta$  is an eigenvalue of a matrix, then prove that  $\frac{1}{\beta}$  is the eigenvalue of  $A^{-1}$ . (6)

12. (a) (i)  $n$  உருப்புகளை நேரடியாகக் கூட்டுவதன் மூலம்  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots$  என்பது ஒரு ஒருங்கும் தொடர் என்று நிரூபி.

- (ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} x^n$ ,  $x > 0$  என்ற தொடரின் ஒருங்கல் தன்மையைச் சோதித்துப் பார்.

- (i) Show by direct summation of  $n$  terms that the series  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots$  is convergent. (8)

- (ii) Test the convergence of the series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} x^n$ ,  $x > 0$ . (8)

Or

(b) (i) ஒன்றுவிட்ட தொடரின் ஒருங்கலைத் தீர்மானி. மேலும்  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2+1}$  என்ற தொடரின் தனி ஒருங்கலையும், நிபந்தனை ஒருங்கலையும் சோதித்து அறிக.

(ii) தலம்பெர்ட்டின் விகித சோதனையைக் கொண்டு  $1 + \frac{3}{7}x + \frac{3.6}{7.10}x^2 + \frac{3.6.9}{7.10.13}x^3 + \dots$  என்ற தொடரின் ஒருங்கலைச் சோதித்தறிக.

(i) Determine convergence of an alternating series and test  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2+1}$  for absolute and conditional convergence. (8)

(ii) Test the convergence of the series  $1 + \frac{3}{7}x + \frac{3.6}{7.10}x^2 + \frac{3.6.9}{7.10.13}x^3 + \dots$  by D'Alembert's ratio test. (8)

13. (a) (i)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  என்ற நேர்க்கோடுகளின் இனத்திற்கு சூழியைக் காண்க. இதில்  $a$  மற்றும்  $b$  இடையே உள்ள தொடர்பானது  $a^2 + b^2 = 64$  என்ற சமன்பாடாகும்

(ii)  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  என்ற வட்டப்புள்ளியருவின் அலாவரையைக் காண்க.

(i) Find the envelope of the family of straight lines  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  where  $a$  and  $b$  are connected by  $a^2 + b^2 = 64$ . (8)

(ii) Find the evolute of the cycloid  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$ . (8)

Or

(b) (i)  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  என்ற சமன்பாட்டிற்கு  $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$  என்ற புள்ளியில் வளைவு வட்டத்தைக் காண்க.

(ii)  $xy^2 = a^3 - x^3$  என்ற வளைவரைக்கு  $(a, 0)$  என்ற புள்ளியில் வளைவாரத்தைக் காண்க.

(i) Find the equation of the circle of curvature of  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  at  $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$ . (8)

(ii) Find the radius of curvature at the point  $(a,0)$  on the curve  $xy^2 = a^3 - x^3$ . (8)

14. (a) (i)  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$  என்ற சார்பிற்கு மீப்பெரு (மீச்சிறு) மதிப்பைக் காண்க.

(ii)  $u = (x - y)f\left(\frac{y}{x}\right)$  எனில்,  $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  என்பதைக் கண்டறி.

(i) Find the extreme value of the function  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$ . (8)

(ii) If  $u = (x - y)f\left(\frac{y}{x}\right)$ , then find  $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ . (8)

Or

(b) (i)  $\left(0, 0, \frac{25}{9}\right)$  என்ற புள்ளியிலிருந்து  $z = xy$  என்ற தளத்திற்கான மிகச் சிறிய நேர்கோட்டின் நீளத்தைக் கண்டறி.

(ii)  $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$  என்ற புள்ளியில்  $\sin xy$  என்ற சார்பை இருபடி உருப்புகள் வரை அமையுமாறு டெய்லரின் தொடராக விரித்து எழுது.

(i) Find the length of the shortest line from the point  $\left(0, 0, \frac{25}{9}\right)$  to the surface  $z = xy$ . (8)

(ii) Expand  $\sin xy$  at  $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$  upto second degree terms using Taylor's series. (8)

15. (a) (i) ஆயத்தளங்களையும்,  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  என்பதையும் எல்லைகளாகக் கொண்ட ஒரு நான்முகத்தின் கொள்ளளவைக் காண்க.
- (ii)  $r = a(1 + \cos \theta)$  என்ற நெஞ்சுவளையின் பரப்பளவைக் காண்க.
- (i) Find the volume of the tetrahedron bounded by the coordinate planes and  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ . (8)
- (ii) Find the area of the cardioid  $r = a(1 + \cos \theta)$ . (8)

Or

- (b) (i)  $\int_0^{\infty} \int_0^y ye^{-y^2/x} dx dy$  என்ற தொகையீட்டின் வரிசையை மாற்றி அதை மதிப்பிடவும்.
- (ii)  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx$  என்ற தொகையீட்டைக் கோணதூரக் கூறுகளாக மாற்றி அதை மதிப்பிடு.
- (i) Change the order of integration  $\int_0^{\infty} \int_0^y ye^{-y^2/x} dx dy$  and hence evaluate it. (8)
- (ii) Evaluate  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx$  by changing into polar co-ordinates. (8)